



REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
INSTITUTO SUPERIOR POLITÉCNICO DE TETE (ISPT)

EXAME DE MATEMÁTICA

120 Minutos

A prova contém 40 perguntas e 4 alternativas de respostas para cada uma. Assinale colocando um círculo na letra que corresponde à alternativa correcta. Todas as questões com mais de uma resposta e/ou com borrões, serão anuladas. O Exame contém seis (6) páginas

Parte A: Questões para Candidatos de Todos os Cursos

1. Simplificando a proposição $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ utilizando as leis de equivalência tem-se:

A. $\sim p \wedge q$ B. $\sim p$ C. $p \vee \sim q$ D. $\sim p \vee q$

2. Observe a tabela-verdade abaixo, parcialmente preenchida:

p	p	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim(p \vee q) \rightarrow q$
V	V	V	F	V
V	F	V	F	y
F	V	V	x	V
F	F	F	V	z

Quais são os valores de x , y e z respectivamente?

A. VVV B. VVF C. FVF D. VFV

3. João acordou atrasado para o trabalho, e verificou que o tempo restante até ao final do dia era igual a metade do tempo já decorrido do dia. Com base nessas afirmações, pode se concluir que ele acordou as:

A. $12h$ B. $16h$ C. $8h$ D. $9h$

4. Dados os conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{R}: 1 \leq x < 10\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}: (x + 1)(x - 6) < 0\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R}: x^2 = 6x\}$. O conjunto $A \cap (C \cup B)$ é:

A. $(-1, 7)$ B. $\{3\} \cup (5, 7)$ C. $\{0, 3\}$ D. $[1, 6]$

5. Observe os conjuntos $A = \{x: x \text{ é múltiplo positivo de } 4\}$ e $B = \{x: x \text{ é um número par e } 4 \leq x < 16\}$. Qual é alternativa correta?

A. $145 \in A$ B. $26 \in A \text{ e } B$ C. $11 \in B$ D. $12 \in A \text{ e } B$

6. Numa universidade são lidas apenas dois jornais x e y . 80% dos estudantes da mesma leêm o jornal x e 60%, o jornal y . Sabendo que todo estudante é leitor de pelo menos um dos jornais, assinale a alternativa que corresponde ao percentual de estudantes que leêm ambos:

A. 30% B. 40% C. 50% D. 75%

7. O valor de $\left[\sqrt[8]{2\sqrt{2}}\right]^8$ é:

A. $2\sqrt[8]{2^2}$ B. $2^6\sqrt[8]{2^2}$ C. 2 D. 4

8. Uma herança de 800.000,00 Mt foi dividida de forma diretamente proporcional às idades de 5 filhos. Sabendo que os filhos tinham 43, 42, 30, 24 e 21 anos, o filho que obteve o maior valor da herança recebeu o total de:

A. 210.000 B. 215.000 C. 220.000 D. 235.000

9. Seja a um número real, com $0 < a < 1$. Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os valores

de x tais que: $a^{2x} \left[\frac{1}{\sqrt{a}} \right]^{2x^2} < 1$

A. $]-\infty; 0[$ B. $]2; +\infty[$ C. $]0; 2[$ D. $]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$

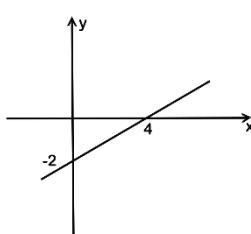
10. Mensalmente a produção em tonelada de certa indústria é dada pela lei $y = 100 - 100.4^{-0.05x}$, onde x é o número de meses contados à partir de uma certa data. Após quantos meses a produção atingirá a marca de 50 toneladas?

A. $x = 5$ B. $x = 10$ C. $x = 12$ D. $x = 20$

11. O sistema linear $\begin{cases} bx + y = 1 \\ by + z = 1 \\ x + bz = 1 \end{cases}$, não admite solução se e somente se o número real b for igual a:

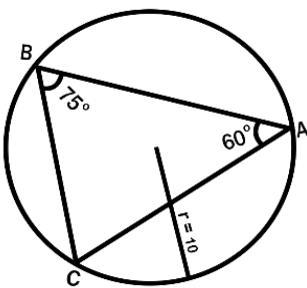
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

12. A reta da figura abaixo tem como coeficiente angular e linear, respectivamente:



A. $\frac{1}{2}$ e -2 B. 2 e $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ e 2 D. -2 e $-\frac{1}{2}$

13. A medida do lado AB na figura abaixo é:



A. $6\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $10\sqrt{2}$ D. $10\sqrt{2}$

14. De um número natural x sabe-se que $x! = a$ e $(x-1)! = b$. Então pode-se concluir que $(x+1)! =$ É igual a:

A. $\frac{a}{b}$ B. $\frac{a^2}{b}$ C. $\frac{a+b}{b}$ D. $\frac{a^2+ab}{b}$

15. A função inversa da função $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ é?

A. $\frac{2x+1}{x-3}$ B. $\frac{1-2x}{3-x}$ C. $\frac{3x-1}{x-2}$ D. $\frac{3x+1}{2-x}$

16. Qual é o valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x + 6 \sin(x) - 2}{3x}$?

A. $\frac{5}{3}$ B. 2 C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

17. Dada $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função, definida por $f(x) = \begin{cases} 2\cos(\pi + x) + 1 & ; \quad x < 0 \\ 7x - 3a & ; \quad x = 0 \\ b - 2x^2 & ; \quad x > 0 \end{cases}$, então os valores a e $b \in \mathbb{R}$

para f seja continua $x = 0$ são respectivamente:

A. -1 e 3 B. -1 e -3 C. 1 e -3 D. 1 e 3

18. O Declive da tangente ao gráfico da função $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\pi}} \cdot \frac{1}{\tan x}$ no ponto $x = \frac{\pi}{4}$ é:

A. $\frac{\pi-1}{\pi}$ B. $\frac{1-\pi}{\pi}$ C. $\frac{1}{\pi}$ D. $-\frac{1}{\pi}$

19. Qual é a solução de $\int \left(\frac{x+1}{\sqrt{x}} \right) dx$?

A. $2\sqrt{x} \left(\frac{x}{3} + 1 \right) + C$ B. $2\sqrt{x} \left(\frac{x}{3} - 1 \right) + C$ C. $2\sqrt{x} \left(1 - \frac{x}{3} \right) + C$ D. $2\sqrt{x} \left(\frac{x}{3} - 1 \right) + C$

20. Considerando a sequência 9, 19, 29, 39, ..., quantos números "noves" existem entre 1 à 100

A. 10 B. 11 C. 20 D. 21

21. O valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x + b^x + c^x}{3} \right)^{\frac{1}{x}}$ é :

A. $\sqrt[4]{abc}$ B. $\sqrt[3]{abc}$ C. \sqrt{abc} D. abc

22. Na equações $\begin{cases} 8^y + 8^y = 64^y \\ y^x = 81 \end{cases}$ qual é o valor de $(21.y - x)$?

A. 3 B. 7 C. 11 D. 15

23. Seja a função $f : [0; 3] \rightarrow [a; b]$ com a seguinte regra de correspondência $f(x) = x^2 + 5$. Se f é uma função bijectiva, qual é o valor de $a \cdot b$?

A. 70 B. 80 C. 90 D. 100

24. Sendo $\frac{x^2 + 19x + 30}{(x-2)(x+4)^2} \equiv \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+4} + \frac{C}{(x+4)^2}$ então, os valores de A, B e C São respectivamente...

A. $5, -1, 2$ B. $5, 2, -1$ C. $2, -1, 5$ D. $2, 5, -1$

25. Sejam α e β as amplitudes de dois ângulos agudos. Sabe-se que $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ e $\tan \beta = \frac{5}{12}$. Qual dos seguintes é o valor exacto de $\cos(\alpha + \beta)$?

A. $\frac{21}{221}$ B. $\frac{140}{221}$ C. $\frac{220}{221}$ D. $\frac{171}{221}$

26. Dada a função f de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x < 0 \\ \frac{kx - \sin 2x}{x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ então o valor de k para que f seja contínua em $x = 0$ é:

A. 1 B. 1,5 C. 2 D. 3

27. Seja V_n uma P.G. Sabe-se que $V_5 = 4$ e $V_8 = 108$. Qual é o valor de V_6 ?

A. 12 B. 24 C. 48 D. 60

28. Seja g a função de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \sin(2x)\cos(2x)$. Qual das expressões seguintes também define a função g ?

A. $\sin(2x) - 4\sin^3 x \cos x$ B. $\cos(2x) - 4\sin^3 x \cos x$
 C. $\sin(2x) - 4\sin x \cos^3 x$ D. $\cos(2x) - 4\sin x \cos^3 x$

29. Sabendo que $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x + 6] = 0$, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = -1$ B. $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x] = 6$ C. $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x)] = 6$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)} = 1$

30. A soma de todos os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 8192. Qual é a soma dos sete primeiros elementos dessa linha?

A. 1134

B. 4096

C. 2292

D. 3391

31. De uma função f , sabe-se que a segunda derivada é dada por $f''(x) = x^2(x+1)^2(2x-1)$. Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de f ?

A. 0

B. 0,5

C. 1

D. 2

32. O $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}}$ é igual a..

A. 0

B. 1

C. 10

D. 100

33. Num triângulo isósceles $[ABC]$ sabe-se que $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$ e $\hat{BAC} = 75^\circ$. Qual é o produto escalar $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$?

A. $\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

34. Seja g uma função de domínio $]-\infty; e[$, definida por $g(x) = \ln(e-x)$. Considere a sucessão estritamente crescente de termo geral $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x_n)$?

A. $+\infty$

B. e

C. 1

D. $-\infty$

35. Um dos termos do desenvolvimento de $\left(\frac{\sqrt{y}}{2x} - \frac{2y}{\sqrt{x}}\right)^8$ é da forma $2^k \cdot x^{-4} \cdot y^8$, sendo k um número natural. Qual é o valor de k ?

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

36. Considere, num referencial o.n xoy , uma recta r de inclinação α . sabe-se que $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$. Qual pode ser a equação reduzida de r ?

A. $y = -5x$

B. $y = 4x$

C. $y = -2x$

D. $y = 3x$

37. Seja U_n uma sucessão definida por $U_n = \begin{cases} n & \text{se } n \leq 20 \\ (-1)^n & \text{se } n > 20 \end{cases}$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A. A sucessão u_n é limitada

B. A sucessão u_n é monótona crescente

C. A sucessão u_n é infinitamente grande

D. sucessão u_n é monótona decrescente

38. Seja a um número real diferente de zero. Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a e^{x-a} - a}{x^2 - a^2}$?

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

39. A soma dos cinco primeiros termos de uma P.G de razão $\frac{2}{3}$ é 211. Determine o quarto termo desta P.G.

A. 10

B. 14

C. 16

D. 20

40. Qual das seguintes expressões é termo geral de uma sucessão convergente?

A. $(-1)^n n$

B. $(-1)^n - n$

C. $(-1)^n + n$

D. $\frac{(-1)^n}{n}$

41. Considere as sucessões u_n e v_n de termos gerais $u_n = \frac{kn+3}{2n}$ e $v_n = \ln\left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right]$. Sabe-se que

$\lim_{x \rightarrow \infty} (u_n) = \lim_{x \rightarrow \infty} (v_n)$. Qual é o valor de k ?

A. 1

B. 2

C. e

D. $2e$

42. Para um certo número real a , considere a família de funções f , de domínio \mathbb{R} , definidas por $f(x) = ax^n$, com $n \in \mathbb{N}$. Qual das seguintes informações é verdadeira?

A. $\int f(x)dx = \frac{ax^{n+1}}{n} + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{ax^{n-1}}{n-1} + C$ C. $\int f(x)dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + C$ D. $\int f(x)dx = \frac{ax^{n-1}}{n+1} + C$

43. Seja $z = 3i$ um número complexo. Qual dos seguintes valores é o argumento de z ?

A. 0

B. $\frac{1}{2}\pi$

C. π

D. $\frac{3}{2}\pi$

44. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com todos os algarismos de 1 à 9. Destes números, quantos são os múltiplos de cinco?

A. 729

B. 1458

C. 3645

D. 6561

45. Sendo x um número real positivo. Qual das seguintes expressões é igual a $e^{4 \ln x} - 10^{2 \log_{10} x}$?

A. $\ln x^4 - \log_{10} x$

B. $x^4 + x^2$

C. $x^4 - x^2$

D. $\frac{\ln x^4}{\log_{10} x^2}$

46. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $\left] \pi; \frac{3\pi}{2} \right[$. Considere o número complexo

$z = -3 \operatorname{cis} \theta$. A que quadrante pertence a imagem geométrica do complexo z ?

A. Primeiro

B. Segundo

C. Terceiro

D. Quarto

47. Seja f a função, de domínio A e contradomínio $]-1; +\infty[$, definida por $f(x) = \operatorname{tg} x$. Qual dos conjuntos pode ser o A ?

A. $-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}$

48. Num grupo de nove pessoas, constituído por seis homens e três mulheres, vão ser escolhidos três elementos para formarem uma comissão. Quantas comissões diferentes se podem formar com exactamente duas mulheres?

A. C_2^3 B. $6.C_2^3$ C. A_2^3 D. $6.A_2^3$

49. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = x + 1$. Qual é o valor de $(f \circ h^{-1})(2)$?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

50. Qual é a solução da equação $2 \cos x + 1 = 0$ no intervalo $[-\pi; 0]$?

A. $-\frac{5\pi}{6}$ B. $-\frac{2\pi}{3}$ C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $-\frac{\pi}{6}$

51. Seja f a função, de domínio $[0; \pi]$, definida por $f(x) = \sin(2x) + x$. Qual das expressões seguintes pode definir a primeira derivada de f ?

A. $2 - 2\cos^2 x$ B. $2 - 2\sin^2 x$ C. $3 - 4\cos^2 x$ D. $3 - 4\sin^2 x$

**Parte B: Questões somente para os candidatos aos cursos de Contabilidade
(Auditoria e Administração Pública)**

**Parte C: Questões somente para os candidatos aos cursos de Engenharias
(Minas, Processamento Mineral e Informática)**

FIM